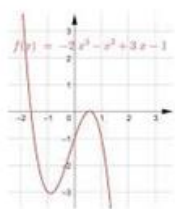


Sveznadar

MKE

Metode rješavanja problema pomoću računara



Sadržaj

Metode rješavanja problema pomoću računara.....	3
Numeričke metode.....	4
Simboličke i analitičke metode.....	8
Aksiomske metode.....	10
Eksperimentalne metode.....	11
Logički atomizam.....	13
Heurističke metode.....	14
Kriterijum kompromisa i heuristika.....	16
Hipoteza heurističkog pretraživanja.....	16
Kombinatorička eksplozija, heuristika i vještačka inteligencija.....	17
Delfi metoda.....	18



<ul style="list-style-type: none">• ANALIZA• SINTEZA• APSTRAKCIJA• KONKRETIZACIJA• GENERALIZACIJA• SPECIJALIZACIJA• INDUKCIJA• DEDUKCIJA	<h2>PODELA</h2> <ul style="list-style-type: none">• Prema predmetu istraživanja:<ul style="list-style-type: none">a) EKSPERIMENTALNE – analiza, sinteza, apstrakcija, konkretizacija, indukcijab) NEEKSPERIMENTALNE – dedukcija i generalizacija• Prema svojstvima primene:<ul style="list-style-type: none">a) ANALITIČKE – analiza, apstrakcija, specifikacija, dedukcijab) SINTETIČKE – sinteza, konkretizacija, generalizacija, indukcija• Prema pripadnosti logičkim pravcima:<ul style="list-style-type: none">a) Formalno – logičkeb) Dijalektičke
---	--

Metode rješavanja problema pomoću računara

Postoji mnogo metoda za rješavanje matematičkih i ostalih problema uz pomoć računara.

Mogu se podijeliti na

- numeričke,
- simboličke i analitičke
- heurističke metode

Različiti problemi zahtijevaju i različit pristup rješavanju.

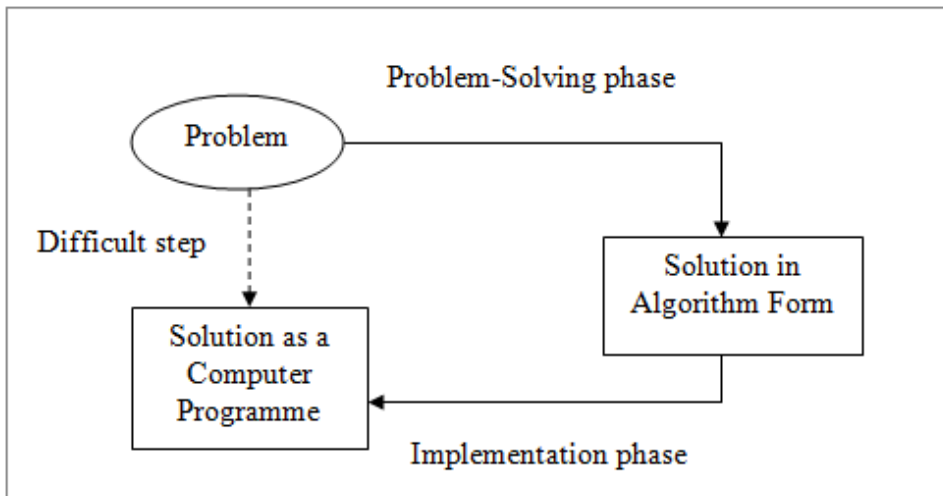
U sve tri grupe metoda vidi se velik napredak iz godine u godinu. Postoji i sve više hibridnih metoda, koje kombinuju analitički, numerički i heuristički pristup i kojima su već uspješno riješeni i neki vrlo teški problemi.

U opštem slučaju, problem koji treba riješiti zovemo ulazna informacija, a odgovarajući rezultat izlazna informacija. Postupak transformacije ulazne informacije u izlaznu informaciju zovemo algoritam. Navedena transformacija može se predstaviti blok dijagramom:



Pri rješavanju nekog problema potrebno je izabrati pogodan algoritam koji najbrže dovodi do željenog rezultata.





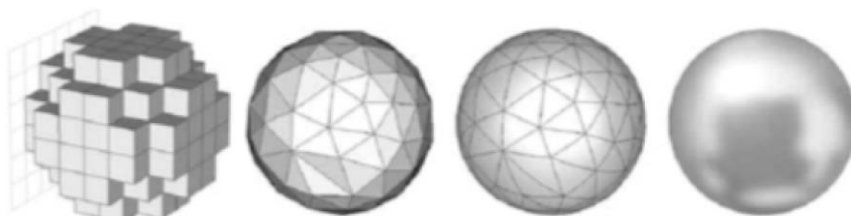
Rješavanje problema sa računarom

Numeričke metode

Numerička matematika je grana matematike koja se bavi numeričkim približnim (aproksimativnim) rješavanjem matematičkih problema. Obzirom na polje matematike kojim se bavi, razlikujemo numeričku analizu, numeričku linearnu algebru, numeričko rješavanje nelinearnih jednažbi, interpolacijske metode, aproksimativne metode, itd.

Kod numeričkih metoda se do rješenja dolazi **numeričkim približnim (aproksimativnim)** rješavanjem.

Razradom i realizacijom algoritama i analizom pogreške za dobivanje približnog rješenja takvih problema bavi se numerička matematika. Izučavanje numeričkih metoda uključuje analizu greške, stabilnost, konvergenciju (kod iterativnih metoda), kao i niz drugih svojstava. Ovaj dio numeričke matematike naziva **numerička analiza**.



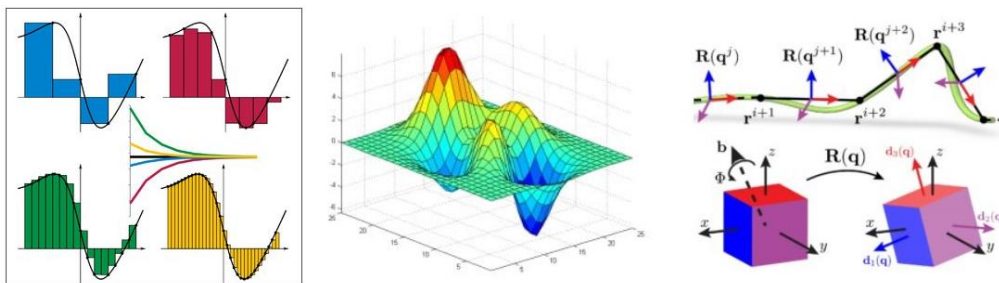
Numeričke su se metode počele razvijati još u antičkoj Grčkoj, i nastavile kroz cijelu kasniju istoriju. Od mnoštva velikih matematičara i fizičara koji su se bavili i numeričkim metodama navodimo samo nekoliko imena: Euklid, Arhimed, Fibonacci, Newton, Fermat, Descartes, Gauss, Euler, Pascal, Lagrange, Fourier, Rayleigh, Poincaré, Ljapunov, Courant.... Njihove rezultate su kasnije preuzeli matematičari i dalje ih usavršili, dokazali i generalizirali. Izvorni autori ne bi u novim interpretacijama više mogli ni prepoznati vlastite ideje.

S pojavom računara numeričke su metode dobile novi impuls. Mnoge metode poznate od ranije, na računaru su postale mnogo preciznije i brže, pa su se i znatno usavršile i danas se mogu upotrijebiti za mnogo složenije i opsežnije probleme nego prije.

Problemima praktične realizacije algoritama bavi se područje teorije programiranja. Jedan od njegovih osnovnih zadataka je priprema i sastavljanje programa za računara prema izabranom algoritmu.

U sklopu matematike postoji više numeričkih metoda a glavne bi bile:

- **Numerička analiza** je grana numeričke matematike koja se bavi pronalaženjem i unapređivanjem algoritama za numeričko izračunavanje vrijednosti vezanih uz matematičku analizu, poput numeričkog integriranja, numeričkog deriviranja i numeričkog rješavanja diferencijalnih jednačini. Posebna je uloga numeričkih metoda u rješavanju integrala i diferencijalnih jednačina, budući velik broj istih nije analitički rješiv, a izuzetno su važni u primjenama. Nasuprot tome, potreba za numeričkim deriviranjem nije izrazita, budući za deriviranje postoji konačan skup pravila pomoću kojeg je moguće derivirati svaku funkciju simboličkim postupcima.



- **Numerička linearna algebra** je grana numeričke matematike koja se bavi pronalaženjem algoritama za brzo rješavanje problema iz linearne algebre. U prvom redu treba istaknuti metode za rješavanje linearnih sistema, te metode



za određivanje svojstvenih vrijednosti i inverza matrice. Za razliku od npr. numeričke analize, metode u numeričkoj linearnoj algebri nisu prvenstveno aproksimativne (mada postoje i takve), već je osnovni problem optimizirati vremensko trajanje i memorijske zahtjeve računarskog rješavanja problema. Sistemi linearnih jednačini i matrice koje se rješavaju ovim algoritmima u pravilu su velikih dimenzija (npr. sistem od 100 000 linearnih jednačina s isto toliko nepoznatih).

$ \begin{aligned} L(\alpha \mathbf{x}) &= L \left(\begin{bmatrix} \alpha x_1 \\ \alpha x_2 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} (\alpha x_1) + 4(\alpha x_2) \\ 3(\alpha x_1) - (\alpha x_2) \\ (\alpha x_2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha(x_1 + 4x_2) \\ \alpha(3x_1 - x_2) \\ \alpha(x_2) \end{bmatrix} \\ &= \alpha \begin{bmatrix} x_1 + 4x_2 \\ 3x_1 - x_2 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ &= \alpha L(\mathbf{x}) \end{aligned} $	$ \begin{aligned} L(\mathbf{x} + \mathbf{y}) &= L \left(\begin{bmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} (x_1 + y_1) + 4(x_2 + y_2) \\ 3(x_1 + y_1) - (x_2 + y_2) \\ (x_2 + y_2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (x_1 + 4x_2) + (y_1 + 4y_2) \\ (3x_1 - x_2) + (3y_1 - y_2) \\ (x_2) + (y_2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_1 + 4x_2 \\ 3x_1 - x_2 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 + 4y_2 \\ 3y_1 - y_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \\ &= L(\mathbf{x}) + L(\mathbf{y}) \end{aligned} $
--	---

- **Interpolacijske metode** su numeričke metode razvijene kako bi se kroz konačan broj tačaka (koje najčešće predstavljaju neka mjerenja) provukla funkcija određenih karakteristika. Za takvu funkciju, koja prolazi kroz sve zadane tačke, kažemo da interpolira zadani skup tačaka. Interpolacijske metode prvenstveno se bave traženjem polinoma koji interpoliraju zadane tačke.

Response from interpolation methods

The force applied is approximated as a straight line in a small interval of time $\Delta t = t_{i+1} - t_i$

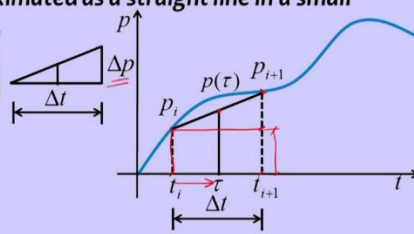
$$\therefore p(\tau) = p_i + \left(\frac{p_{i+1} - p_i}{t_{i+1} - t_i} \times \tau \right)$$

$$p(\tau) = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \times \tau$$

For undamped system

$$m\ddot{u}_i + ku_i = p(\tau)$$

$$m\ddot{u}_i + ku_i = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau$$



- **Aproksimativne metode** su metode razvijene kako bi se što bolje aproksimirala neka funkcija na zadanom intervalu. U praksi, funkcija koju pokušavamo aproksimirati često nije ni poznata, već znamo samo konačan broj njezinih tačaka (mjerenja). Za razliku od interpolacijskih metoda, cilj ovoga puta nije naći funkciju koja će proći kroz sve zadane tačke, već odrediti onu



koja će ukupno najmanje odstupati od (pretpostavljene) funkcije na cijelom intervalu.

Najkorištenija metoda za određivanje aproksimativne funkcije je "metoda najmanjih kvadrata".

Gaussov algoritam eliminacije za rješavanje sistema linearnih jednačina je poznata metoda među matematičarima i inženjerima, ali je za čovjeka koji se koristio samo papirom, olovkom i kalkulatorom bio problem riješiti sistem od desetak linearnih jednačina, a rješenje koje je sadržavalo od dvadesetak jednadžbi je bio pravi podvig. Nelinearne jednačine su bile još daleko veća poteškoća.

Danas uz pomoć računara ni sistemi od nekoliko miliona nelinearnih jednadžbi ne predstavljaju nesavladivu prepreku. Tako je NASA prije tridesetak godina najavila mogućnost numeričko rješenje sistema od oko milijardu jako nelinearnih jednadžbi, nastalih modeliranjem strujanja zraka oko avionskog krila.

Pomoću računara se mogu generisati modeli različitih konstrukcija i opterećenja, izvodi proračun, a na kraju daje grafički prikaz i provjera rezultata, dimenzioniraju se armiranobetonske, čelične i drvene konstrukcije, te provjeravaju naprezanja i deformacije.

Može se uvažiti bilo koji od poznatih nelinearnih statičkih i dinamičkih modela: geometrijska i materijalna nelinearnost raznih tipova: veliki pomaci i velike deformacije, nelinearna elastičnost, plastičnost, viskoelastičnost, viskoplastičnost, mehanika loma, kontaktni problemi itd.

Numeričke metode ponekad se tretiraju kao "nenaučne" u poređenju s analitičkim i eksperimentalnim.

Tako se u staroj Grčkoj prezirala svaka primjena nauke, posebno matematike, a filozofi i naučnici su tretirali inženjerstvo kao manje vrijedni praktični zanat. Oni čak ni numeričke metode nisu razvijali zbog primjene.

Objektivno nije baš jako važno jesu li numeričke metode naučne ili zanatske, jer uz njihovu pomoć možemo korektno riješiti daleko više problema nego s bilo kakvim drugim metodama.

Često se može i dokazati ispravnost takvih rješenja. Numeričke metode omogućuju rješavanje čak i spoznajnih problema npr. haotičnog odgovora u dinamici konstrukcija.



Simboličke i analitičke metode

Analitičkim pristupom se traži optimalno rješenje. U opštem slučaju trebali bi **primjenom analize i sinteze** (raščlanjavanjem i integrisanjem elemenata) predvidjeti sve moguće uzroke i dati sva moguća rješenja. U ovom slučaju **postoji opšte rješenje/a koje je moguće predstaviti simbolički, a svako pojedinačno rješenje se može izvesti iz njega.**

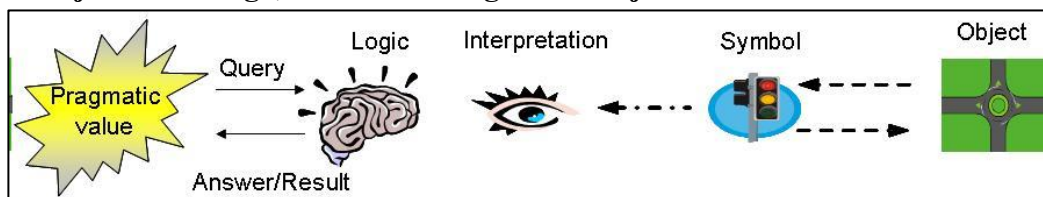
Analitičkim načinom se korak po korak slijedi procedura koja je već prije postavljena kao algoritam i izgrađena na osnovu analitičko-matematičke procjena i uglavnom već zadanih modela.

Po svoj suštini *analiza je rastavljanje predmeta istraživanja na njegove sastavne dijelove, odnosno na činioce strukture, funkcija, veza i odnosa na određenom prostoru u određenom vremenu.* Rastavljanje može da bude *fizičko, duhovno – misaono, i kombinovano.*

Opšti predmet analize je uvek složena cjelina.

Opšte u posebnom dovoljne određenosti da se može izdvojiti i istražiti kao izdvojena cjelina i posebno u opštem, opet kao moguća izdvojena cjelina.

Svi pojmovi su, apstrakcije u nužnoj mjeri. Analitičnost apstrakcije proizilazi iz njene zasnovanosti na analizi koja joj prethodi i na postupku apstrahovanja - izdvajanja iz (uslovne) cjelina. **Izdvajanje u biti sadrži podjelu na ono što se izdvaja i ono iz čega, odnosno od čega se izdvaja.**



Analiza omogućava sintezu pa se može govoriti o jedinstvenim analitičko sintetičkim metodama koji obuhvataju:

- **apstrakciju** Apstraktno: dobijeno apstrakcijom, misaono; suprotno od konkretno. Faktički, kada je nešto apstraktno, to znači da se nešto ne odnosi samo na jednu pojedinost, već na neku veću celinu, skup nečega i sl.
- **dedukciju** Dedukcija je postupak kojim se iz opšteg suda izvodi neki drugi, posebni ili pojedinačni sud. Ovaj pojedinačni sud logički nužno sledi iz opštijeg, ali ne mora biti i istinit.
- **konkretizaciju** Konkretizacija je postupak suprotan apstrakciji.



Metode rješavanja problema pomoću računara



OnTOP: Povratak na sadržaj

- **generalizaciju** Metoda generalizacije je misaoni postupak uopštavanja kojim se od jednog posebnog pojma dolazi do opšteg koji je viši od ostalih pojedinačnih
- **specijalizaciju** Metoda specijalizacije je postupak kojim se od opšteg pojma dolazi do novog pojma, manjeg obima a većeg sadržaja.
- **indukciju** Indukcija je vrsta posrednog zaključka kod kojeg polazimo od pojedinačnog ka opštem, to znači da ono što vrijedi za svaki pojedinačni slučaj jedne vrste vrijedi za cijelu vrstu. Induktivni zaključak se dijeli na potpun i nepotpun. Ako se u premisama (polazni sud) nabroji svaki pojedini slučaj neke vrste pa se zaključi o cijeloj vrsti onda je to potpuna indukcija. Ako se na osnovu nekoliko primjera neke vrste zaključi o čitavoj vrsti onda je to nepotpuna indukcija.

Analitička metoda sastoji se od sljedećih faza:

- **Promatranje:** U ovoj se fazi istraživač ograničava na promatranje uzorka procesa, kako bi izvukao dovoljno podataka za rad u sljedećim fazama.
- **Opis:** Nakon promatranja uzorka, istraživač objektivno i bez pristranosti ili sklonosti bilo koje vrste definiše ono što vidi u uzorku.
- **Kritičko ispitivanje:** Imajući tehničku definiciju na uzorku, kritičko ispitivanje daje prijedloge koji idu u najlogičnijoj liniji rješavanja problema.
- **Segmentacija fenomena:** Razlaganje uzorka na dijelove je njihovo analiziranje jedan po jedan, a kasnije se daju opisi koji im omogućavaju da budu povezani i poredani.
- **Popis dijelova:** To je postupak identifikacije broja dijelova u kojima je uzorak razložen.
- **Razvrstavanje i klasifikacija:** Jednom kada su dijelovi identifikovani i opisani odvojeno, oni su poredani hronološki na osnovu odnosa koji postoji između njih, pružajući novu, cjelovitiju i ažuriranu analizu uzorka.

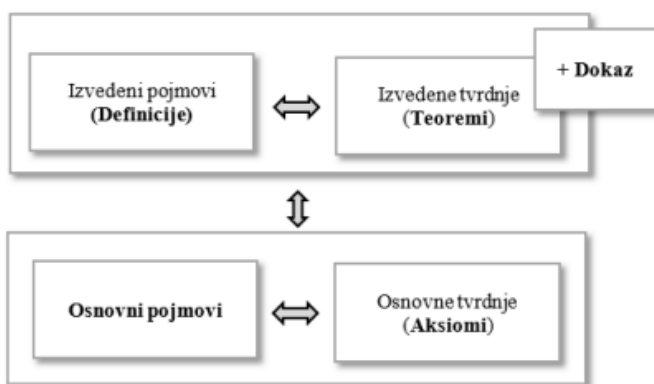


Aksiomske metode

Aksiomska metoda se razvila iz metode dedukcije, za razliku od eksperimentalne koja se razvila iz indukcije. Predstavlja savremeni vid deduktivne metode, od koje se razlikuje po tome što aksiomska metoda koristi brojne i raznovrsne postupke formalizacije. Svrha aksiomske metode je postizanje korektnosti definicije i dokaza koji isključivo zavise o njihovim strukturama.

Osnovna aksiomska pravila su:

- pravilo **konzistentnosti** (svi aksiomi jednog aksiomskog sistema moraju činiti logičan i koherentan sistem);
- pravilo **cjelovitosti** (sistem aksioma mora biti cjelovit);
- pravilo **nezavisnosti** aksioma (aksiomi jednog sistema aksioma moraju biti nezavisni tako što ni jedan aksiom ne smije biti izveden iz drugih aksioma u sistemu).



Aksiomatsku metodu izgradnje matematičke teorije postavio je Euklid pri sistematizaciji geometrijskih znanja svoga doba. Naime, pri izvođenju i dokazivanju istinitosti matematičkih spoznaja zahtijevalo se da se istinitost svakog korištenog argumenta treba opravdati nizom logičkih zaključaka, koji se temelje na već poznatim spoznajama. Zatim se istinitost njihovih argumenata trebaju opravdati na temelju spoznaja koji su poznati prije njih itd. Kako taj proces utvrđivanja istinitosti ne može ići u nedogled, moraju postojati spoznaje koje se prihvaćaju kao istinite i za koje dokaz nije potreban. To znači da je važno najprije izabrati **tvrdnje koje su jasne i vjerodostojne, u čiju se istinitost ne sumnja**, a zatim na temelju njih logičkim slijedom izvesti sve ostale tvrdnje. Tako odabrane polazne tvrdnje nazivaju se **osnovnim tvrdnjama ili aksiomima**, sam postupak izgradnje nekog područja na temelju aksioma naziva se aksiomatskom metodom, a sistem tvrdnji izgrađen aksiomatskom metodom naziva se **deduktivnim sistemom**.

Izbor aksioma zavisi og izbora osnovnih pojmova koji su intuitivno jasni, na temelju kojih se dalje izvode svi ostali pojmovi i tvrdnje.



Eksperimentalne metode

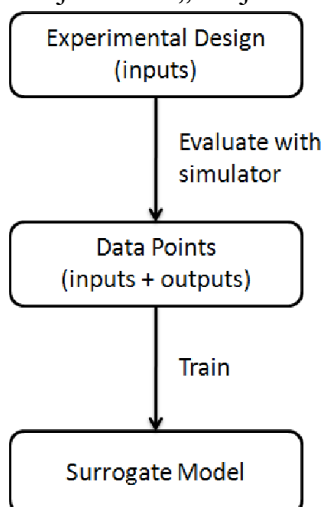
Eksperimentalna metoda je postupak posmatranja pojave koja se ispituje pod tačno određenim uslovima koji dopuštaju da se prati tok pojave i da se ona svaki put uz ponavljanje tih uslova ponovno izazove.

Zasnovana je na eksperimentu.

Osnovni faktori eksperimentalne metode su: **eksperimentator, eksperimentalna pojava** (fenomen, događaj), **sredstva eksperimenta, eksperimentalni postupak, prognoza i kontrolni eksperimentalni događaj, rezultati eksperimenta i ekstrapolacija rezultata u realne uslove.**

Problem eksperimenta je vjerodostojnost određivanja eksperimentalnog fenomena. Eksperimentalna metoda uključuje manipulaciju varijablama kako bi se uspostavili uzročno-posljedični odnosi.

U svom najjednostavnijem obliku, eksperiment ima za cilj da predvidi ishod uvođenjem promene preduslova, koja je predstavljena sa jednom ili više nezavisnih varijabli, koje se takođe nazivaju „ulazne varijable” ili „prediktorske varijable”. Promjena jedne ili više nezavisnih varijabli se generalno pretpostavlja da dovodi do promjene jedne ili više zavisnih varijabli, koje se takođe nazivaju „izlazne varijable” ili „varijable odgovora”.



Kod programiranja eksperimentalne metode su istraživački dizajn u kojem istraživač eksplicitno i namjerno indukuje egzogene varijacije u zadatku intervencije kako bi olakšao uzročno zaključivanje.

Eksperimentalni dizajn je tehnika koja omogućava naučnicima i inženjerima da efikasno procjene efekat višestrukih inputa ili faktora na mjere performansi ili odgovora. U poređenju sa pristupom koji se sastoji od jednog faktora, pokušaja i greške, dobro osmišljen eksperiment može pružiti jasne rezultate dok dramatično smanjuje potrebnu količinu testiranja.

Događa se da neku tvrdnju program ne može ni dokazati ni oboriti.

Godel je dokazao da postoje *neodlučive tvrdnje koje se u principu ne mogu (i nikada neće moći) matematičkim metodama ni dokazati ni oboriti.*



To čini eksperiment i eksperimentalne metode neophodnim da potvrde izvjesnost postizanja projektovanih ciljeva.

Eksperimentalni dizajn (DOE, DOX, ili dizajn eksperimenata) je dizajn bilo kojeg zadatka koji ima za cilj da opiše ili objasni varijaciju informacija pod uslovima za koje je postavljena hipoteza da odražavaju varijaciju. Termin se generalno povezuje sa eksperimentima u kojima dizajn uvodi uslove koji direktno utiču na varijaciju, ali se takođe može odnositi na dizajn kvazi-eksperimenata (surogat), u kojima su prirodni uslovi koji utiču na varijacije odabrani za posmatranje.

Eksperimentalni dizajn može identifikovati kontrolne varijable koje se moraju održavati konstantnim kako bi se spriječilo da spoljni faktori utiču na rezultate.

Eksperimentalni dizajn uključuje ne samo izbor odgovarajućih nezavisnih, zavisnih i kontrolnih varijabli, već i planiranje isporuke eksperimenta pod statistički optimalnim uslovima, s obzirom na ograničenja raspoloživih resursa. Postoji više pristupa za određivanje skupa projektnih tačaka (jedinstvene kombinacije postavki nezavisnih varijabli) koje će se koristiti u eksperimentu.

Glavni problemi u eksperimentalnom dizajnu uključuju utvrđivanje validnosti, pouzdanosti i replikabilnosti. Na primer, ova tri aspekta mogu biti djelimično rješena pažljivim odabirom nezavisnih varijabli, čime se smanjuje rizik od greške u mjerenja i osigurava da je dokumentacija metode dovoljno detaljna. Povezani problemi uključuju postizanje odgovarajućih nivoa statističke moći i osjetljivosti. Ispravno dizajnirani eksperimenti unapređuju znanje iz prirodnih i društvenih nauka i inženjerstva. Ostale aplikacije uključuju marketing i kreiranje smernica.

Danas, komercijalni softver može „u hodu“ konstruirati dizajn praćenja-skrininga na osnovu zahtjeva svake jedinственe studije. Računarski pristup eksperimentalnom dizajnu pruža nekoliko prednosti u odnosu na korištenje standardnog referentnog dizajna. Kompjutersko generisanje dizajna je mnogo brže, gotovo odmah po postavljanju uslova dobijaju se propisane procedure koje provjeravaju rezultate. Ovo omogućava kreiranje i poređenje višestrukih alternativa dizajna. Dodatna prednost je fleksibilnost kreiranja dizajna za svaki jedinственi problem umjesto da se vaš problem preformuliše tako da odgovara zahtjevima referentnog dizajna.



Logički atomizam

Analitička filozofija ima svoje korijene u razvoju **logike predikata**. To je dozvolilo mnogo većem broju rečenica da se prikažu u logičkom obliku. Bertrand Russell ju je posvojio kao svoj glavni filozofski alat; alat za kojeg je on smatrao da može pokazati ispodpovršinsku strukturu filozofskih problema.

Na primjer riječ «je» se može analizirati na tri načina:

- *u 'mačka je životinja': je predikacije kaže da 'x je P': $P(x)$*
- *u 'neki auto je crven': je isto tako izražava predikaciju, tvrdi se postojanje određenih klasa predmeta koje stoje u odnosu koordinacije. To je egzistencijalni sud, simbolički izražen: $\exists x(A(x) \& C(x))$*
- *u 'avion je aeroplan': je ovdje stoji kao predikat identiteta, je x isto kao y: $x=y$*

Pojava računara je omogućila i renesansu analitičkih i simboličkih metoda.

Idejama automatske primjene simboličkih i analitičkih metoda su se bavili već Babbage i Turing prije pojave elektroničkih računara. (Babbage je čak napravio mehanički računar, s kojim se nije moglo baš mnogo računati zbog neprekidog kvarenja).

Uskoro nakon uvođenja računara pojavio se simbolički programski jezik LISP uz čiju pomoć su se mogli rješavati simbolički problemi. Ubrzo zatim se pojavio i logički jezik PROLOG, a nakon toga još veliki broj drugih simboličkih i logičkih jezika. LISP je danas još uvijek u intenzivnoj upotrebi, dok je PROLOG u najnovije vrijeme zamijenjen novim još jačim, ali i još apstraktnijim i složenijim logičkim programskim jezikom Gödel.

Danas postoje i vrlo razvijeni matematički paketi, od kojih se ističu Mathematica, Maple i MACSYMA. Ti paketi sadrže veliki broj matematičkih funkcija, algoritama i transformacija. Uz pomoć tih paketa može se tražiti pojednostavljenje matematičkih izraza na više načina, analitički derivirati, rješavati određeni i neodređeni integrali te obične i parcijalne diferencijalne jednačbe.

U posljednje vrijeme razvijaju programi za automatsko dokazivanje matematičkih teorema.

U program se upisuju aksiomi koje smije upotrijebiti. Osim toga zadaje se hipoteza koju treba dokazati ili oboriti. Korake dokaza računar ispisiuje u jeziku razumljivom matematičarima, pa ih svaki specijalist za konkretno područje može provjeriti.



Do sad je ponovljeno mnogo poznatih matematičkih dokaza, npr. klasičnih teorema iz euklidske planimerije i stereometrije, a već su u "saradnji" čovjeka i računara dokazani neki do nedavno nedokazanih teških matematičkih teorema.

Najteže dokaze će još dugo (možda i uvijek) morati provoditi ljudi, ali će im računari višestruko ubrzati i olakšati rad.

Heurističke metode

Heurističke metode su praktični dio koncepta heuristike. Heuristika obuhvaća metode i tehnike rješavanja problema, učenja i otkrivanja koji su bazirani na iskustvu. Heurističke metode se koriste da ubrzaju proces pronalaženja dovoljno dobrog rješenja u situacijama kada sprovođenje detaljnog istraživanja nije praktično. Primjeri toga obuhvaćaju korištenje raznih uopštenih pravila, informisanog nagađanja, intuicije i zdravog razuma. Kao naučna disciplina, može se primijeniti na bilo koju nauku kako bi se zaključio efikasan rezultat postavljenog problema.

Heuristika se može definisati kao korištenje lako dostupnih informacija, čija primjena nije strogo određena, za kontrolu rješavanja problema od strane ljudi i mašina.

Heuristički se sakupljaju iskustva (engl. experience-based learning) i stvara se (unutar varijable vremena) **zdravorazumsko rješenje: common sense**. Najbliže heurističkom je intuitivno mišljenje, dok analitičkom analiza po (zadanom) obrascu (algoritmu).

Heurističko mišljenje se ponekad opisuje frazom "umjetnost saznanja (ili otkrivanja)". Često se spominje i u kontekstu poboljšanja rješenja problema, odnosno lakšeg nalaženja rješenja.

Glavna heuristička novost sistemskog pristupa je svođenje sistema (redukcija) na dinamiku, za razliku od dekonstruktivističkog pristupa u klasičnom smislu (analitičkom) pristupu.

Problem, odnosno sistem se rješava heurističkom redukcijom (sastavnica, elemenata ili entiteta), koristeći dinamiku koja daje različite prioritete i važnost pojedinim članovima.



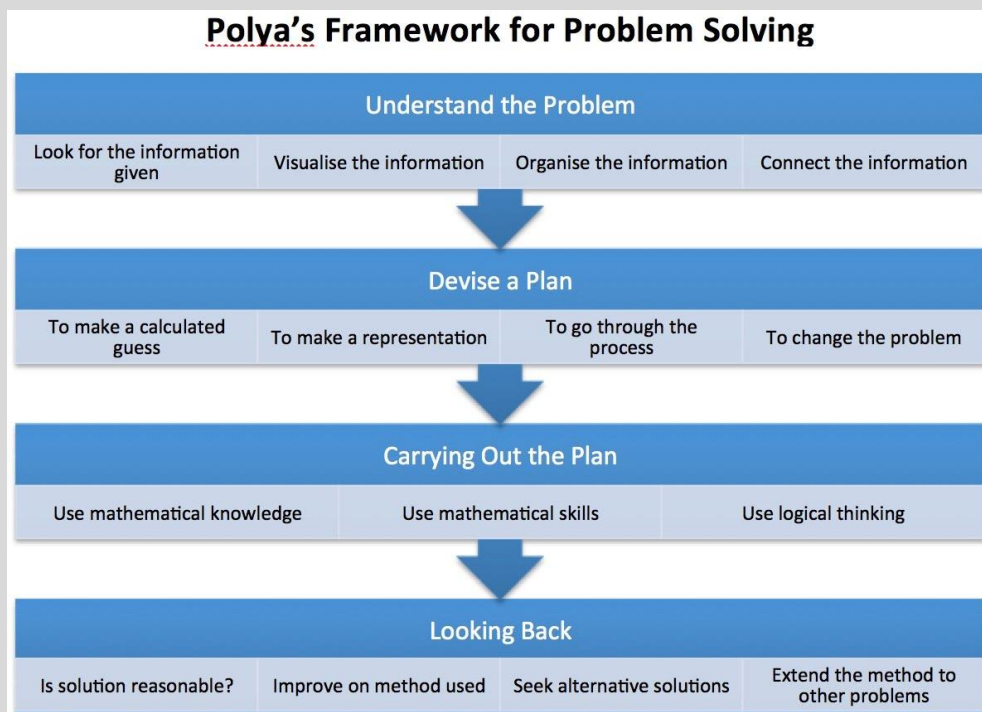
Heurističke metode i metode umjetne inteligencije su pogodne za rješavanje nejasnih i "mutnih" problema, koji se ne mogu dobro matematički formulirati, npr. medicinska dijagnostika i nalaženje potencijalnih rudnih ležišta iz podataka o konfiguraciji terena.

Pogodne su i za dobro definisane probleme koji bi se mogli rješavati matematičkim metodama, ali se od toga mora odustati zbog nedostatka ili nepouzdanosti raspoloživih podataka.

Heuristička metoda ima osnov u upotrebi različitih empirijskih procesa i strategija koje su bazirane na iskustvu, praksi i uočavanju činjenica, kako bi se postiglo efikasno i brzo određenog problema.

Mađarski matematičar George Pólya (1887.-1985.), jedan od pionira teorije vjerojatnoće i kombinatorike, smatra se utemeljivačem ove metode i nauke.

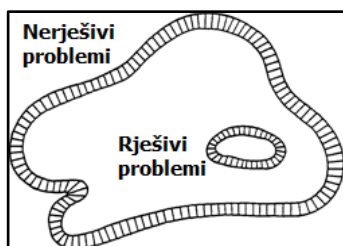
U knjizi Kako to riješiti (How to Solve It), Pólya objašnjava generalnu heuristiku za rješavanje niza problema, uključujući **i matematičke i nematematičke probleme**. Knjiga sadrži savjete za podučavanje studenata matematike i mini-enciklopediju heurističkih pojmova. Prevedena je na nekoliko jezika i prodana je u više od milion primjeraka. Pojednostavljeni opis heurističke strategije iznesene u ovoj knjizi je dat u dijagramu:



Kriterijum kompromisa i heuristika

Kriterijum kompromisa se koristi da bi se odlučilo **za ili protiv korišćenja heuristike** za dati problem i on uključuje sljedeće:

- **Optimalnost:** Kad postoji više rješenja za dati problem, da li heuristika garantuje nalaženje najboljeg rješenja? Da li nam najbolje rješenje uopšte treba?
- **Kompletnost:** Kad postoji više rješenja za dati problem, da li heuristika nalazi sva rješenja? Da li nam uopšte trebaju sva rješenja? Mnoge heuristike nalaze samo jedno rješenje.
- **Preciznost i tačnost:** Može li heuristika da pruži interval poverenja za navodno rješenje? Da li je u rješenju greška suviše velika?
- **Vrijeme izvršavanja:** Da li je ovo najbolja heuristika za ovaj tip problema? Neke heuristike konvergijaju brže od ostalih dok neke samo su marginalno brže od klasičnih metoda.



U nekom slučajevima pokazuje se da je teško ocijeniti da li je rješenje koje je našla heuristika dovoljno dobro, zato što teorija na kojoj je zasnovana ta heuristika nije u potpunosti precizno razrađena.

Hipoteza heurističkog pretraživanja

Hipoteza heurističkog pretraživanja¹: fizički sistem simbola koji će više puta će generisati i modifikovati poznate strukture simbola dok se ne stvori struktura koja odgovara rješenju. Svaka slejdeća iteracija zavisi od prethodnog koraka , i na taj način **heuristička pretraga uči koje puteve da koristi a koje da odbacuje** mjereći koliko je blizu je trenutna iteracija rješenju. Samim tim neke mogućnosti se neće generisati jer će biti izmjereno da je manje moguće da dodju do rješenja.

Heuristički metod postiže taj zadatak **koristeći stabla pretrage u prostotu stanja**. Međutim, umjesto da generiše sve grane, heuristika bira grane koje će vjerovatnije doći do rješenja od ostalih. Selektivna je u svakoj tački odluke, birajući grane koje će prije dovesti do rješenja.

¹ Hipotezu su iznijeli Allen Newell i Herbert A. Simon pri prijemu Turingove nagrade



Kombinatorička eksplozija, heuristika i vještačka inteligencija

Važna klasa problema za koje se intenzivno primjenjuju metode umjetne inteligencije su problemi opterećeni tzv. "**kombinatoričkom eksplozijom**".

To su problemi za koje je poznat egzaktni matematički algoritam, ponekad je čak i jednostavan, ali bi njegova primjena kad je broj nepoznanica velik, zahtijevala neostvarivo mnogo vremena.

Primjer kombinatoričke eksplozije je igranje šaha. Nije posebno teško napisati na nekom programskom jeziku algoritam koji bi pretraživanjem svih varijanata do kraja partije egzaktno odredio najbolji potez, ali realizacija takvog algoritma nije moguća u stvarnosti, zbog golemog broja varijanata koje bi trebalo istražiti, koje mnogostruko nadmašuju mogućnosti bilo kojeg računara.

Šah po broju podataka i mogućih varijanata ne predstavlja (teoretski) veliki problem postoji samo 64 polja i 32 figure. Problemi koji se pojavljuju u drugim djelatnostima, npr. u automatskom projektovanju, često su veći za mnogo redova veličine.

U literaturi se navode primjeri koji po formulaciji izgledaju prilično bezazleno, ali bi za njihovo egzaktno rješavanje na nekom budućem računaru mnogo djelotvornijem od današnjih trebalo mnogostruko više vremena od sadašnje starosti svemira. Naravno da se mora odustati rješavanja takvog problema pretraživanjem svih mogućnosti.

Ako opet uzmemo primjer iz šaha, program će odrediti potez koji samo slučajno može biti egzaktno najbolji, ali je najbolji koji se može odrediti na raspoloživom kompjuteru odabranim programom u raspoloživom vremenu. *Ni šahovski velemaistor ne može garantovati da je njegov potez apsolutno najbolji – osim u slučajevima kad je rješenje jednostavno – na primjer kad je moguć forsirani matni napad ili pat te često u završnici kad je jako reducirana broj figura na ploči.*

Metodama **umjetne inteligencije nastoji se eliminisati pretraživanja za koja se približnim rezonovanjem može zaključiti da vjerovatno ne sadrže optimum.** Tako se dobijaju rješenja u prihvatljivom vremenu, ali se ne može dokazati da su "apsolutno" najbolja. Samo se može tvrditi da su tako dobijena rješenja s vrlo velikom vjerojatnošću mnogo bolja od rješenja koja bismo mogli postići bez primjene tih metoda.



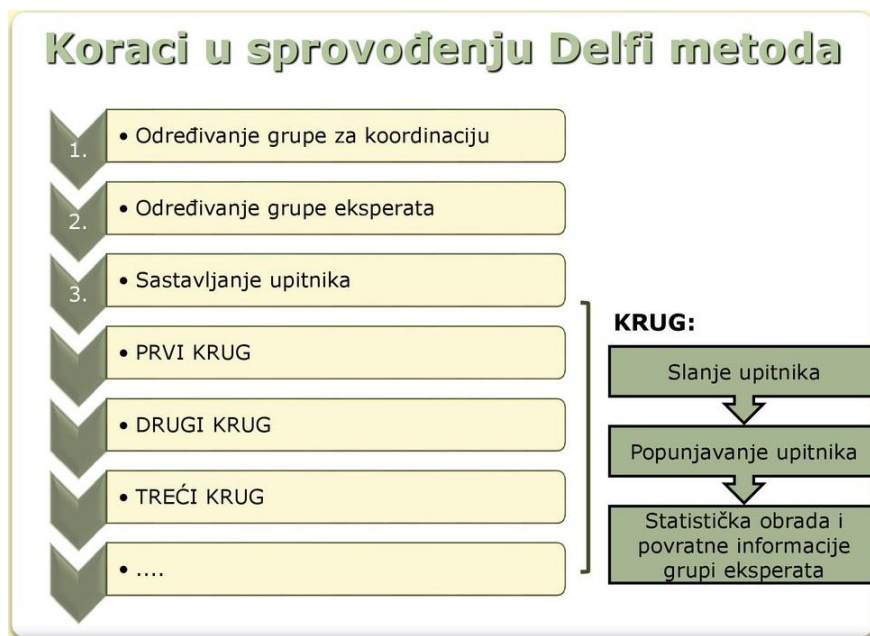
Delfi metoda

Ponekad se heurističke metode koriste Delfi metodom. Delfi metoda je metoda za prognoziranje. Delfi metoda prvobitno se najviše koristila za predviđanje budućih međunarodnih situacija i potencijalnih ratnih stanja, ali se ubrzo počela primjenjivati u prognoziranju tehničkog i tehnološkog razvoja.

Delphi metoda ili Delphi tehnika poznata i kao **procjena razgovora** (Estimate-Talk-Estimate ili ETE) je strukturirana komunikacijska tehnika ili metoda, prvobitno razvijena kao sistematična, interaktivna metoda predviđanja koja se oslanja na panel stručnjaka.

Metoda se sastoji u organizovanom i sistemskom prikupljanju predviđanja tima eksperata, stoga predstavlja metodu sistemske primjene naučnog mišljenja u postupku donošenja važnih odluka o budućnosti različitih pojava i različitih fenomena.

Delphi se zasniva na principu da su prognoze (ili odluke) strukturirane grupe pojedinaca tačnije od onih iz nestrukturiranih grupa. Stručnjaci odgovaraju na upitnike u dva ili više krugova. Nakon svake runde, moderator daje anonimni sažetak predviđanja stručnjaka iz prethodnog kruga, kao i razloge koje su dali za svoje procjene.



Osnovne karakteristike metode Delphi su:

- **Anonimnost:** Stručnjaci koji čine grupu su nepoznati, oni će znati mišljenja drugih samo radi povratnih informacija.
- **Kontrolisana interakcija i povratne informacije:** Stalno se provodi isti upitnik, a mišljenje svakog stručnjaka dijeli se s grupom. Na taj način stručnjaci mogu promijeniti svoj odgovor tako da uče iz drugih gledišta.
- **Heterogenost:** Mogu sudjelovati specijalizirani stručnjaci iz različitih područja.

Struktura metode Delphi jednostavna je i sastoji se od sljedećih faza:

1. **Definicija ciljeva:** U principu, potreban je konflikt; trebate pokrenuti sukob. Odnosno, potrebna je jasna i sažeta formulacija problema. Stručnjaci moraju tačno znati o kojoj će temi razgovarati.
2. **Izbor učesnika:** Naknadno se mora utvrditi ko je moderator i stručna komisija.
 - Za moderatora je idealno biti neutralna osoba koja je upoznata s temom. Odnosno, služi i kao istraživač kako bi raspravu usmjerio u pravom smjeru.
 - Izbor stručne komisije mora odgovoriti na logiku uzorkovanja s obzirom na raspoložive resurse. Uz to, oni moraju biti osobe s iskustvom i pristupom pouzdanim i kvalitetnim informacijama. Poželjno je postići heterogenost tima da pokrije sva moguća gledišta.
3. **Runde pitanja:** Nakon što je prethodno definisan, nastavlja se s lansiranjem prethodno provedenog upitnika. Pitanja treba kvantificirati i grupisati, i ona trebaju biti što je moguće konkretnija pitanja. Uz povratne informacije o odgovorima, pitanja se mogu usavršiti kako bi se rezultat usmjerio prema navedenom cilju. Na primjer, navedite statističke podatke o odgovorima kao prosjek. To pomaže u isključivanju manje robusnih ili ekstremnijih odgovora. Ponavlja se onoliko puta koliko je potrebno.
4. **Procjena rezultata:** Konačno, nakon što postignete veću stabilnost u odgovorima, morate djelovati na dobivene rezultate.

Ime Delphi potiče od Proročišta u Delfima, u antičkoj Grčkoj.

Delphi metoda je razvijena na početku Hladnog rata kako bi se predvidio uticaj tehnologije na ratovanje. Godine 1944. general Henry H. Arnold naredio je izradu



Metode rješavanja problema pomoću računara



OnTOP: Povratak na sadržaj

izvještaja za avio korpus američke vojske o budućim tehnološkim mogućnostima koje bi vojska mogla koristiti.

Isprobani su različiti pristupi, ali su nedostaci tradicionalnih metoda predviđanja, kao što su teorijski pristup, kvantitativni modeli ili ekstrapolacija trenda, brzo postali očigledni u područjima gdje još uvijek nisu uspostavljeni precizni naučni zakoni.

Za borbu protiv ovih nedostataka, Delphi metod je razvio Project RAND tokom 1950-1960-ih.

Protokol istraživanja koji objašnjava rigorozan pristup primjeni Delphi metode prvobitno je objavljen na BMJ Open u 2015. godini. Ovaj istraživački protokol se koristi i sada i navodi kao referenca u bilo kojem istraživanju koje primjenjuje Delphi metodu jer je to prvi put da je opisan jasan protokol za primjenu metodologije u praksi.

Godine 2021., međudisciplinarna studija Beiderbecka et al. fokusiran na nove pravce i napredak Delphi metode, uključujući Delphi formate u realnom vremenu. Autori pružaju metodološki alat za dizajniranje Delphi anketa uključujući, između ostalog, analize osjećaja u polju psihologije

Logika Delfi metode je sistemsko korišćenje mišljenja eksperata čime se simuliraju buduće pojave ili **prilično pouzdanu projekciju budućih pojava**. Važnost ove metode je u tome što omogućuje donošenje zaključka na temelju različitih mišljenja sudionika. Na taj se način odbacuju manje čvrsta ili ekstremnija mišljenja kako aktivnost odmiče. Primjena ove metode omogućuje pronalaženje sporazumnog rješenja problema ili predviđanja promjene.

Delphi metoda pretpostavlja da su grupni sudovi validniji od individualnih sudova.

